Geométrie analytique

1) Définir un repére :

(O,I,J) est appelé repére d'origine O du plan P
L'unique couple $(x;y)$ associé au point M est appelé coordonnées du point M dans le repére (O,I,J). x est appellé abscsse du point M et y est appellé ordonnée du point M

Lorsque le triangle OIJ est rectangle en O, le repére (O,I,J) est orthogonal.
Lorsque le triangle OIJ est isocéle en O, le repére (O,I,J) est normé.
Lorsque le triangle OIJ est rectangle isocéle en O, le repére (O,I,J) est orthonormé.

2) Utiliser milieu et distance:

Dans un repére quelconque, le milieu du segment [AB] a pour coordonnées $\left(\frac{x_a+x_b}{2};\frac{y_a+y_b}{2}\right)$
Dans un repére orthonormé, la distance AB s'écrit: $AB=\sqrt{(x_b-x_a)^2+(y_b-y_a)^2}$

<u>Application 1:</u>

ABCD est un parallélogramme , I le mileiu de [AD] et E le symétrique de B par rapport à I.
On veut montrer que D est le milieu de [CE]

a) faire une figure.
b) Choisir un repére et determiner les coordonnées de tous les points de la figure
c) Conclure

<u>Application 2:</u>

ABCD est un rectangle tel que AB=DC=8cm et AD=BC=5cm
J est un point du segment [AD] tel que AJ=3cm.
M est un point du segment [AB] tel que AM=3cm.

a) faire une figure.
b) Choisir un repére <u>orthonormé</u> et determiner les coordonnées de tous les points de la figure

Methode : *Pour déterminer la nature d'un triangle, on commence par calculer les longueurs des trois cotés, ce qui permet de montrer qu'il est(ou non) isocéle ou equilatérale.*
La réciproque du théorème de Pythagore permet de montrer qu'un triangle est rectangle.
Une démonstration par l'absurde permet de montrer qu'un triangle n'est pas rectangle.

c) Déterminer la nature du triangle MJC.

Remarque : Dans les deux exemple précédents, on a construit le repére puis on l'a utilisé pour démontrer. Ce n'était pas indispensable, mais c'est souvent très util !.

<u>Application 3 :</u>

Le plan P est muni d'un repére orthonormé (O,I,J). On considére les points R(-2;3), E(2;5) et C(5;-1). Soit M le milieu de [RC] et T le symétrique de E par rapport a M.

Determiner la nature du quadrilatére RECT

Methode : *Pour déterminer la nature d'un quadrilatère ABCD , on peut :*

- *regarder si [AC] et [BD] ont le même milieu → ABCD est un parallélogramme*
- ***ensuite :*** *- Si AC=BD alors ABCD est un rectangle.*
  - Si AB=BC alors ABCD est un losange.
  - Si AC=BD et AB=BC alors ABCD est un carré.
  - Si ABCD posséde un angle droit, c'est un rectangle.
  - Si les diagonales [BD] et [AC] sont perpendiculaire, d'est un losange.

3) Utiliser les équations de droites:

Le plan P est muni d'un repére (O,I,J).
Il y a deux types de droites et donc d'équation de droites : Si c,m et p sont trois nombres réels.
L'ensemble des points M(x;y) du plan (P) tels que $x=c$ est une droites verticale.
L'ensemble des points M(x;y) du plan (P) tels que $y=mx+p$ est une droites oblique.

Seule les droites d'équatios $y=mx+p$ sont les représentations graphiques de fonctions affines (d'équation $f(x)=mx+p$). Si m=0, la fonction est constante et la droite horizontale .

Le nombre m est le coefficient directeur de la droite (d) et p l'ordonnée a l'origine.
Si $x_a \neq x_b$, alors $m=\frac{y_b-y_a}{x_b-x_a}$. Ce nombre est aussi appelé pente.

Application 4 :
Le plan P est muni d'un repére (O,I,J).
On considére les points A(-2;2),B(6;4), C(-2;5) et D(4;2).
a) faire une figure.
b) Déterminer une équation des droites (AB), (CD) et (AC)
c) Que peut-on dire du point K(2;3)?

Méthodes : *Pour savoir si deux droites sont parallées ou sécantes :*

- *deux droites verticales sont paralléles.*
- *Une droite verticale et une droite oblique sont sécantes*
- *Deux droites obliques sont sécantes si et seulement si leur coeficient directeur sont différents.*

Pour montrer que trois points A,B et C sont alignés, il suffit de montrer que les droites (AB) et (AC) sont paralléles.

Application 5:
Le plan P est muni d'un repére (O,I,J). On considére les points A(-2;4),B(-4;-2),C(3;-1) et D(4;2).
a) les droites (AB) et (CD) sont-elles paralléles?
b) les droites (AD) et (BC) sont-elles paralléles?

Application 6:
ABCD est un parllélogramme, I est le milieu du segment [AB] et J le symétrique de I par rapport à A. K est le point du segment [AD] tel que $AK=\frac{AD}{3}$.

Démontrer que les points J,K et C sont alignés.

Methode : *Pour déterminer les coordonnées du point d'intersection de deux droites :*

- *On calcule les équations des deux droites.*
- *On résoud le système constitué de ces deux droites*

Application 7:
ABCD est un carré de centre O, I est le milieu de [AB] et J celui de [BC].
On note G le point d'intersection de (CI) et (AJ).

- Construire une figure.
- Choisir un repère orthonormé.
- Calculer les coordonnées du point G.
- Montrer que O,G et B sont aligné.
- Montrer que le point G est situé aux $\frac{2}{3}$ du segment [BO]

4) Connaitre et utiliser les droites remarquables:

Utiliser les propriété de géométrie vu au collége peut aussi se révéler très éfficace :

5)